

Concepção Híbrida de Otimização por Nuvem de Partículas Aplicada ao Problema de Weber

Leandro dos Santos Coelho¹, Viviana Cocco Mariani²

¹Laboratório de Automação e Sistemas, Grupo Produtrônica

¹Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas (PPGEPS)

²Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM)

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Rua Imaculada Conceição, 1155, 80215-901, Curitiba, PR, Brasil

{¹leandro.coelho, ²viviana.mariani}@pucpr.br

Resumo. Uma nova concepção de evolução memética baseada na combinação de otimização por nuvem de partículas e método de otimização de Hooke-Jeeves é apresentada neste artigo. A metodologia proposta envolve a interação de dois níveis de otimização, denominados evolução (otimização por nuvem de partículas) e aprendizado individual (método de Hooke-Jeeves), que cooperam em um procedimento de otimização global. Os resultados da simulação indicam que a otimização do sistema híbrido apresenta melhoras nas propriedades de qualidade de solução, integridade e precisão para o problema de Weber.

Palavras-Chave: computação evolutiva, otimização por nuvem de partículas, problema de Weber.

Hybrid Conception of Particle Swarm Optimization Applied to Weber Problem

Abstract: A new conception of Lamarckian evolution based on combination of particle swarm intelligence and Hooke-Jeeves optimization method is presented in this paper. The proposed methodology involves two levels of optimization, namely evolution (particle swarm optimization) and individual learning (Hooke-Jeeves method), which cooperate in a procedure of global optimization. The simulation results indicate that the optimization based on Lamarckian evolution presents enhancement in solution quality, reliability, and accuracy properties for the Weber's problem.

Key words: evolutionary computation, particle swarm optimization, Weber's problem.

(Received April 18, 2005 / Accepted August 12, 2005)

1 Introdução

A utilização de metodologias da inteligência computacional (*IC*) para a otimização de sistemas é uma área de pesquisa emergente. A motivação para isto deve-se ao fato de a *IC* abranger um conjunto de paradigmas bastante amplo e multidisciplinar.

O desenvolvimento da *IC* por pesquisadores das mais diversas áreas do conhecimento tem levado a resultados promissores, tanto no meio acadêmico quanto industrial, devido principalmente a características inerentes a algoritmos inteligentes, tais como capacidade

de aprendizado, inferência, adaptação, dedução, reconhecimento de padrões, entre outras.

Neste contexto, destacam-se diversas metodologias nas áreas de pesquisa operacional, engenharia de produção e manufatura, com a utilização de redes neurais, sistemas nebulosos e algoritmos da computação evolutiva (ou evolucionária) [1], [2], [3].

Neste artigo é proposta a implementação de um algoritmo de otimização baseado em princípios da evolução memética. A concepção de evolução memética, proposta neste artigo, objetiva a hibridização

de duas técnicas de otimização, uma para busca global e outra para a busca local. A otimização por nuvem de partículas é usada para as buscas globais e o método direto de Hooke-Jeeves é empregado para a determinação da melhor localização das instalações de uma fábrica, onde os custos de distribuição para diversos centros de demanda devem ser minimizados. Este problema é conhecido na literatura como o problema de Weber. Recentemente, vários trabalhos correlatos à resolução do problema de Weber têm sido apresentados na literatura por vários pesquisadores usando tanto métodos de otimização contínua quanto combinatória, tais como os apresentados em [4]-[13].

Neste artigo, os resultados da simulação e análise de desempenho da otimização baseada em evolução memética são avaliados e discutidos para resolução do problema de Weber usando uma formulação matemática para otimização contínua.

O artigo é organizado da seguinte forma: na seção 2, a descrição do problema de Weber é apresentada. Na seção 3, uma nova proposta de algoritmo de otimização baseado em evolução memética é detalhada. As simulações e os respectivos resultados de dois estudos de caso para otimização do problema de Weber são apresentados e comentados na seção 4. Na seção 5 são apresentadas as conclusões e a pesquisa futura a ser desenvolvida.

2 Descrição do problema de Weber

Os problemas de localização de instalação são problemas clássicos de pesquisa operacional. Estes problemas envolvem a determinação da localização de um ou mais serviços que facilitem o suprimento ótimo de um dado conjunto de destinos de demanda. Existem diversas categorias para o problema de localização, tais como: (i) pela força propulsora, (ii) pelo número de instalações, (iii) pela discretização das escolhas, (iv) pelo grau de agregação de dados, e (v) pelo horizonte de tempo [13].

A localização de instalações é um problema que existe no setor privado tal como a localização de plantas, *warehouse*, fábricas, e no setor público, por exemplo hospitais, centros de tratamento da saúde, estações de polícia, centros de distribuição de água, entre outros.

O economista alemão Alfred Weber (1909) publicou o livro *Theory of location of industries* (versão em inglês de 1929) [14] sobre a localização de indústrias que dependiam da interação de uma ou diversas funções objetivo, demandas e instalações. Contudo, somente nos

últimos 30 anos é que esta área de pesquisa tem sido explorada.

O problema de Weber é um problema clássico na análise de localização que visa encontrar a localização de um ponto de suprimento ou instalação central que possa ser “bom” para diversos pontos de demanda (isto é, cidades) com o menor custo possível de transporte. Neste contexto, o custo total associado com a distribuição para diversos centros de demanda é minimizado. O modelo matemático enfoca que o custo é proporcional à distância até a instalação.

A constante de proporcionalidade pode refletir custos de transporte positivo, ou seja, um custo associado à presença de benefícios, ou negativo quando reflete a presença de restrições ambientais.

No problema de Weber é suposto que existem N pontos de demanda com coordenadas de localização $\{z_i\} \subset \mathbb{R}^2$. As ponderações correspondentes a quantidade de demanda são atribuídas a variável $\{w_i\}$ e a função objetivo é a minimização da função,

$$f(x) = \sum_{i=1}^N w_i \|x - z_i\| = \sum_{i=1}^N w_i \sqrt{[x_d - (z_i)_1]^2 + [y_d - (z_i)_2]^2} \quad (1)$$

onde $\{d\} = \{x_d, y_d\}$ são as variáveis de projeto do método de minimização. No caso de assumir-se que $\sum_{i=1}^N w_i > 0$, um mínimo global existe. Se $\sum_{i=1}^N w_i < 0$ então $\inf f = -\infty$ e não existe um mínimo global. Nas próximas subseções são apresentados dois estudos de caso do problema de Weber utilizados para análise de desempenho do algoritmo de evolução memética proposto neste artigo. Estes estudos de caso são propostos em [15] e [16].

3 Otimização usando evolução memética

Nos algoritmos evolutivos (*AEs*), um conjunto de soluções (população) é manipulado a cada iteração, em contraste com outros métodos de otimização, onde apenas uma solução para o problema é utilizada a cada iteração. A chance de que um indivíduo da população seja selecionado na próxima geração depende da função de aptidão (*fitness*) do indivíduo, que consiste, geralmente, de uma função objetivo ou mesmo uma transformação simples desta para o tratamento do problema em questão.

Um compromisso entre convergência (*exploitation*) e diversidade dos membros que constituem a população (*exploration*) é um problema constante em *AEs* e deve ser considerado na configuração de uma metodologia de otimização eficiente.

Os *AEs* são especialmente úteis em tarefas de otimização global, onde os métodos tradicionais de otimização podem apresentar limitações, tais como: (i) ter baixa velocidade de convergência, (ii) requerer alguma informação especial, como por exemplo, o gradiente da função objetivo, e (iii) ao encontrar um mínimo local, existem dificuldades para escapar deste ponto [17].

Entretanto, a configuração de abordagens compostas por técnicas híbridas (busca global e local) de otimização é uma alternativa relevante tratada na literatura [18]-[21].

Para obter os benefícios de uma configuração híbrida, uma forma eficiente é executar, inicialmente, um *AE* (fase de evolução) para “localizar” a região próxima do ótimo global e em seguida aplicar outra metodologia de otimização para a realização da busca local (fase de aprendizado individual). Esta abordagem pode ser denominada de sistema híbrido ou até mesmo otimização inspirada em princípios propostos por J. B. Lamarck [22], [23]. Diversos autores têm utilizado o termo *evolução memética* ou *algoritmo memético* [24], apesar de controvérsias da origem do termo *meme* [25].

Resumindo, este artigo propõe a implementação de um algoritmo híbrido combinando uma técnica de otimização por nuvem de partículas (fase de evolução ou fase de busca global) e o método de Hooke-Jeeves (fase de aprendizado individual ou fase de busca local), estes são descritos a seguir de forma isolada e conjunta à concepção de uma nova abordagem de evolução memética.

3.1 Otimização por nuvem de partículas (*PSO*)

A otimização por nuvem de partículas é um *AE* desenvolvido originalmente por Kennedy e Eberhart [26], [27]. A *PSO* é motivada pela simulação do comportamento social em vez da evolução da natureza, como em outros *AEs* (algoritmos genéticos, programação evolutiva, estratégias evolutivas e programação genética).

A *PSO* é uma metodologia baseada em população de soluções. De forma similar a outros *AEs*, a *PSO* é iniciada com uma população de soluções gerada aleatoriamente.

Na *PSO*, diferentemente de outros *AEs*, a cada solução potencial (indivíduo) é atribuída uma velocidade aleatória. As soluções potenciais denominadas *partículas*, se movem pelo espaço de busca do problema.

Cada partícula conserva o conhecimento do melhor valor da função de aptidão (*fitness*) denotado por *pbest* (versão *local*). Um outro valor melhor é “seguido” pela versão *global*, *gbest*, do otimizador por nuvem de partícula e sua localização obtida de alguma partícula que compõe a população.

O conceito da *PSO* consiste de, a cada passo iterativo, mudar a velocidade (acelerando) de cada partícula em direção às localizações do *pbest* e do *gbest*. A aceleração desta busca é ponderada através de um termo gerado de forma aleatória vinculando este de forma separada as localizações do *pbest* e do *gbest*. O procedimento para implementação da *PSO* é regido pelas seguintes etapas:

- (i) iniciar uma população (matriz) de partículas, com posições e velocidades em um espaço de problema n dimensional, de forma aleatória com distribuição uniforme;
- (ii) para cada partícula, avaliar a função de aptidão;
- (iii) comparar a avaliação da função de aptidão da partícula com o *pbest* da partícula. Se o valor corrente é melhor que *pbest*, então o valor de *pbest* passa a ser igual ao valor da função de aptidão da partícula, e a localização do *pbest* passa a ser igual à localização atual no espaço n dimensional;
- (iv) comparar a avaliação da função de aptidão com o prévio melhor valor de aptidão da população. Se o valor atual é melhor que o *gbest*, atualizar o valor de *gbest* para o índice e valor da partícula atual;
- (v) modificar a velocidade e a posição da partícula de acordo com as equações (4) e (5), respectivamente [28], [29]:

$$v_i = w \cdot v_i + c_1 \cdot ud() \cdot (p_i - x_i) + c_2 \cdot Ud() \cdot (p_g - x_i) \quad (4)$$

$$x_i = (x_i + \Delta t \cdot v_i) \quad (5)$$

- (vi) ir para a etapa (ii) até que um critério de parada seja encontrado, usualmente uma função de aptidão suficientemente precisa ou um número máximo de iterações (gerações).

As notações usadas são: $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T$ armazena a posição da i -ésima partícula do algoritmo de *PSO*, $\mathbf{v}_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}]^T$ armazena a velocidade da i -ésima partícula da *PSO*, e o vetor $\mathbf{p}_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in}]^T$ representa a posição do melhor valor de aptidão da i -ésima partícula.

O índice g representa o índice da melhor partícula entre todas as partículas do grupo. A variável w é a ponderação de inércia, c_1 e c_2 são constantes positivas; $ud()$ e $Ud()$ são duas funções para geração de números aleatórios com distribuição uniforme em $[0,1]$, respectivamente.

As velocidades das partículas em cada dimensão são limitadas a um valor máximo da velocidade, $V_{m\acute{a}x}$. $V_{m\acute{a}x}$ é um parâmetro importante, pois determina a precisão com que as regiões próximas as soluções atuais serão exploradas. Se $V_{m\acute{a}x}$ é muito alto, a *PSO* facilita a busca global, enquanto um valor $V_{m\acute{a}x}$ pequeno enfatiza as buscas locais.

A primeira parte na equação (4) é um termo de momento da partícula. A ponderação de inércia w representa o grau de momento da partícula. A segunda parte consiste da parte “cognitiva”, que representa o “conhecimento” da partícula independentemente. A terceira parte é a parte “social”, que representa a colaboração entre as partículas.

As constantes c_1 e c_2 representam as contribuições “cognição” e “social” que influenciam cada partícula em direção as posições p_{best} e g_{best} , respectivamente. Estes parâmetros são usualmente ajustados por heurísticas de tentativa e erro [30].

3.2 Método de Hooke-Jeeves

Os métodos diretos baseiam-se na comparação dos valores da função objetivo e são particularmente atrativos em situações onde derivadas da função objetivo e das funções restrições não são viáveis. O método de Hooke e Jeeves [31] baseia-se em uma seqüência de movimentos exploratórios, começando em um ponto base, x_0 , e tendo um tamanho de passo pré-definido, h .

Na próxima etapa do método, a função objetivo é testada através de perturbações sucessivas no ponto inicial, x_0 , em direções de busca $\{v_i\}$, onde v_i é a i -ésima coluna de uma matriz de direção, V , no presente $V = I$. O movimento exploratório inicia com a avaliação da função objetivo em x_0 e dois outros pontos, $x_0 + hv_i$ e $x_0 -$

hv_i , afastados de x_0 por h . Duas situações podem surgir com o movimento exploratório: (i) Se um destes pontos resulta em um decrescimento do valor da função objetivo, para o caso de minimização, então a exploração sucedeu-se de forma satisfatória, e o ponto particular que produziu o sucesso é armazenado como um ponto temporário, x_1 , e x_0 é substituído por x_1 . (ii) Se nenhum dos pontos produziu um decrescimento no valor da função objetivo, o tamanho do passo pré-definido, h , é reduzido pela metade e o movimento exploratório com x_0 é repetido.

A amostragem é conduzida primeiro através da avaliação da função objetivo de $x_0 + hv_i$ e só é testado $x_0 - hv_i$ se $f(x_0 + hv_i) \geq f(x_0)$ para o caso de minimização. A fase exploratória pode produzir um ponto base novo ou pode falhar, conforme comentado anteriormente, se a fase exploratória obter sucesso a direção de busca é,

$$d = x_1 - x_0, \quad (6)$$

e o novo ponto base é x_1 . O método de Hooke-Jeeves concentra o próximo movimento exploratório em

$$x_2 = x_0 + 2d = x_1 + d \quad (7)$$

Se este segundo movimento exploratório não é bem sucedido na melhora (minimização) de $f(x_1)$, então um movimento exploratório com x_1 como o centro é tentado. Se este movimento falhar então h é reduzido e o processo é repetido.

3.3 Algoritmo de evolução memética

O algoritmo de evolução memética (*AEM*) proposto é implementado da seguinte forma (ver figura 1):

- (i) aplicar a *PSO* descrito na seção 3.1;
- (ii) cada vetor descendente é avaliado com relação a uma função de aptidão (ou objetivo);
- (iii) aplicar o método de Hooke-Jeeves para os $w=10\%$ melhores membros da população;
- (iv) enquanto um critério de parada não é satisfeito, o ciclo evolutivo retorna ao passo (i). O critério de parada adotado neste artigo é de 100 gerações.

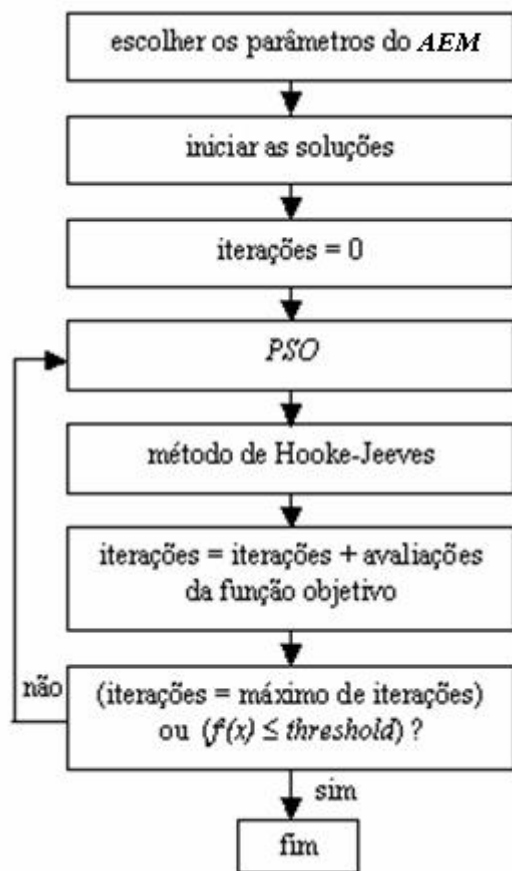


Figura 1. Fluxograma da evolução memética proposta.

4 Estudos de caso e resultados da simulação

O AEM proposto foi analisado para os dois estudos de caso do problema de Weber mencionados a seguir.

4.1 Estudo de caso I: Problema de Weber com um mínimo local

Este caso é o mais simples e possui três centros de demanda onde

$$w = (2, 4, -5)^T \text{ e } (z_1, z_2, z_3) = \begin{pmatrix} 2 & 90 & 43 \\ 42 & 11 & 88 \end{pmatrix} \quad (2)$$

O mínimo global é $d^* = (90, 11)^T$ e tem função objetivo com valor $f^*(x) = -264,4531$.

4.2 Estudo de caso II: Problema de Weber com diversos mínimos locais

Este segundo estudo de caso tem dois mínimos locais, em $(-10, 10)$ e $(0, 0)$, e mínimo global está em $(25, 30)$ com função objetivo $f^*(x) = 9,5607$. Neste caso, existem quatro centros de demanda com

$$w = (2, -4, 2, 1)^T \text{ e } (z_1, z_2, z_3, z_4) = \begin{pmatrix} -10 & 0 & 5 & 25 \\ -10 & 0 & 8 & 30 \end{pmatrix} \quad (3)$$

4.3 Análise de resultados

Um estudo comparativo de convergência influenciado pelos parâmetros de configuração do AEM foi realizado para 3000 avaliações da função objetivo (iterações), como critério de parada. O *threshold* para o critério de parada dos estudos de caso 1 e 2 é $f^*(x) = -264,3500$ e $f^*(x) = 9,6000$, respectivamente. Estes valores de *threshold* representam 99,9610% e 99,4111% da solução global dos estudos de caso analisados, respectivamente.

O número de agentes (indivíduos) da PSO e o intervalo das soluções iniciais para o AEM são escolhidos para serem iguais a 20 e $[-200, 200]^n$, respectivamente, onde n é a dimensão do problema ($n=2$). Os outros valores de configuração da PSO são: $c_1 = c_2 = 2,0$; $w = 0,7$ e $V_{máx} = 80$.

Na tabelas 1 e 2 são apresentados os resultados obtidos. Adotam-se os valores de λ e β para representar o número de iterações usando o método de Hooke-Jeeves e o número de membros da população da PSO utilizados para otimização pelo método de Hooke-Jeeves, respectivamente. Diferentes valores de β e λ forma escolhidos para as simulações. As escalas do método de Hooke-Jeeves são escolhidas para decrescer gradualmente de um início de 4,0. Neste contexto, adota-se a metade do valor atual a cada nova iteração do método de Hooke-Jeeves, sendo que o número de iterações é regido pela escolha de λ .

Os resultados apresentados nas tabelas 1 e 2 são baseados em 100 experimentos usando AEM para os estudos de caso 1 e 2. A análise estatística foi realizada com 100 diferentes experimentos, sendo que as populações iniciais do AEM foram geradas com diferentes sementes, estas para a geração de números aleatórios com distribuição uniforme.

Em relação ao estudo de caso 1, em termos de otimalidade e convergência, todas as concepções testadas apresentaram convergência para a solução ótima global em menos de 3000 avaliações da função objetivo a ser minimizada. Testes preliminares (100 experimentos) também foram realizados com concepções de projeto usando somente PSO ou método de Hooke-Jeeves e na grande maioria das vezes não foi obtido o ótimo global.

Os melhores resultados em termos do número total de avaliações da função objetivo, precisão e

convergência foram com o *AEM(1)* e *AEM(5)* usando $\beta=5$. Nota-se que as taxas de convergência são melhoradas pela escolha apropriada de β e λ . Para valores de β maiores que 10, os *AEMs* tendem a apresentar uma piora no seu desempenho, indicando que deve haver um compromisso entre a habilidade de busca global e local para obtenção do sucesso em um procedimento de otimização.

Em relação ao estudo de caso 2, nota-se pela tabela 2, de forma análoga ao estudo de caso 1, que os resultados são promissores a respeito da precisão e convergência para a solução ótima. Na tabela 2, os valores médios mais baixos em termos de avaliações da função objetivo obtidos foram 263, 323 e 335 com o *AEM(5)*, *AEM(9)* e *AEM(1)*, respectivamente, utilizando $\beta=5$.

5 Conclusão e futura pesquisa

Neste artigo foi apresentada uma abordagem alternativa de evolução memética baseada em concepção híbrida de *PSO* e método de Hooke-Jeeves. Esta abordagem foi aplicada com sucesso para a otimização de dois estudos de caso do problema de Weber.

A idéia da *PSO* é inspirada em fenômenos presentes na natureza, tais como bando de pássaros, cardumes de peixes e relações sociais humanas. A *PSO* apresenta algumas limitações de projeto que podem ser aprimoradas com a utilização de conceitos de evolução memética, tais como convergência prematura e a falta de um ajuste dinâmico da equação da velocidade, para obtenção de buscas locais [32]. Entretanto, a *PSO* é útil na obtenção de áreas de busca mais promissoras, baseadas em buscas globais. Visando sanar o problema de convergência prematura e aprimorar as buscas locais, propusemos uma técnica híbrida de *PSO* com método de Hooke-Jeeves, ou seja, uma abordagem de otimização baseada nos princípios da evolução memética.

A motivação para a adoção da abordagem de otimização híbrida, tratada neste artigo, foi a superação das limitações de busca local presentes nos *AEs* quando estes são usados isoladamente. Neste caso, os resultados obtidos foram promissores e mostraram que a metodologia proposta apresentou desempenho apropriado e eficiência quanto a precisão, flexibilidade e convergência na resolução do problema de Weber.

No entanto, pelos resultados apresentados nas tabelas 1 e 2, nota-se que a qualidade de convergência e precisão nos resultados obtidos requerem uma avaliação profunda visando a obtenção de um melhor

compromisso no projeto de algoritmos de evolução memética envolvendo aspectos de exploração de melhores soluções e robustez no espaço de busca, evitando mínimos locais.

A futura pesquisa vinculada a este artigo objetivará um estudo de novas concepções de algoritmos de evolução memética e análise de critérios de desempenho ligados a: (i) convergência, (ii) sensibilidade, (iii) custo computacional, (iv) estabilidade, (v) adaptação de parâmetros de controle e operadores, e (v) precisão das soluções obtidas.

6 Referências

- [1] Kuo, R. J.; Cohen, P. H. (1998). Manufacturing process control through integration of neural networks and fuzzy model, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 98, pp. 15-31.
- [2] Goldbarg, M. C.; Luna, H. P. L. (2000). *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*, Editora Campus, Rio de Janeiro, TJ, Brasil.
- [3] Ponnambalam, S. G.; Aravindan, P.; Sreenivasa Rao, P. (2001). Comparative evaluation of genetic algorithms for job-shop scheduling, *Production Planning and Control*, vol. 12, no. 6, pp. 560-574.
- [4] Carrizosa, E.; Chía, A. M. R-. (1997). Weber problems with alternative transportation systems, *European Journal of Operational Research*, vol. 97, no. 1, pp. 87, 93.
- [5] Ghaziri, H. M. (1999). A neural heuristic for the multisource Weber problem, *INFOR*, August, 1-8.
- [6] Greulich, F. E. (1999). The barycentric coordinates solution to the optimal road junction problem, *Journal of Forest Engineering*, vol. 10, no. 1, pp. 111-114.
- [7] Fekete, S. P.; Mitchell, J. S. B.; Beurer, K. (2003). on the continuous Fermat-Weber problem, *Operations Research*, vol. 63, no. 1, pp. 61-76.
- [8] Salhi, S.; Gamal, M. D. H. (2003). A cellular type heuristic for the multisource Weber problem, *Computers & Operations Research*, vol. 30, no. 11, pp. 1609-1624.
- [9] Ruiz, J.-P.; Chebat, J.-C.; Hansen, P. (2004). Another trip to the mall: a segmentation study of customers based on their activities, *Journal of Retailing and Consumer Services*, vol. 11, no. 6, pp. 333-350.
- [10] Ashayeri, J.; Heuts, R.; Tammel, B. (2005). A modified simple heuristic for the p -median with

- facilities design applications, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 21, no. 4-5, pp. 451-464.
- [11] Senne, E. L. F.; Lorena, L. A. N.; Pereira, M. A. (2005). A branch-and-price approach to p -median location problems, *Computers & Operations Research*, vol. 32, no. 6, pp. 1655-1664.
- [12] Resende, M. G. C.; Werneck, R. F. (2005). A hybrid multistart heuristic for the uncapacitated facility location problem, *European Journal of Operational Research*, Elsevier (in press).
- [13] Ballou, R. H. (1999). *Business logistics management: planning, organizing, and controlling the supply chain*, 4th edition, Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.
- [14] Weber, A. (1929). *Theory of the location of industries*, Chicago: The University of Chicago Press [translated by Carl J. Friedrich from Weber's 1909 book].
- [15] Maranas, C. D.; Floudas, C. A. (1994). A global optimization method for Weber's problem, in *Large Scale Optimization: State of the Art*, W. W. Hager, D. W. Hearn, and P. Pardalos (eds.), Boston, Kluwer Academic Publishers, pp. 259-293.
- [16] Kelley, C. T. (1999). *Iterative methods for optimization*, Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, PA.
- [17] Sato, T.; Hagiwara, M. (1997). Bee system: finding solution by a concentrated search, *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, Orlando, FL, vol. 4, pp. 3954-3959.
- [18] Tsutsui, S.; Yamamura, M.; Higuchi, T. (1999). Multi-parent recombination with simplex crossover in real coded genetic algorithms. *Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference*, Orlando, FL, pp. 657-664.
- [19] Hart, W. E.; Rosin, C.; Belew, R. K.; Morris, G. M. (2000). Improved evolutionary hybrids for flexible ligand docking in autodock, *Optimization in Computational Chemistry and Molecular Biology*, C. A. Floudas & P. M. Pardalos (eds.), Kluwer Academic Publishers.
- [20] Knowles, J. D.; Corne, D. W. (2000). M-PAES: a memetic algorithm for multiobjective optimization, *Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation*, La Jolla, CA, vol. 1, pp. 325-332.
- [21] Burke, E. K.; Smith, A. J. (2000). Hybrid evolutionary techniques for the maintenance scheduling problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 122-128.
- [22] Simmons, J. (2002). *Os 100 maiores cientistas da história*, Editora Bertrand do Brasil, Rio de Janeiro, RJ.
- [23] Turney, P. (1996). Myths and legends of the Baldwin effect, *Proceedings of the Workshop on Evolutionary Computing and Machine Learning, 13th International Conference on Machine Learning*, Bari, Italy, pp. 135-142.
- [24] Moscato, P.; Norman, M. G. (1992). A 'memetic' approach for the traveling salesman problem — implementation of computational ecology for combinatorial optimisation on message-passing systems, *International Conference on Parallel Computing and Transputer Applications*, Amsterdam, Holland, IOS Press, 1992.
- [25] Dawkins, R. (1976). *The selfish gene*, Oxford University Press, Oxford, UK.
- [26] Kennedy, J.; Eberhart, R. C. (1995). Particle swarm optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks IV*, Perth, Australia, pp. 1942-1948.
- [27] Eberhart, R. C.; Kennedy, J. (1995). A new optimizer using particle swarm theory. *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, Nagoya, Japan, pp. 39-43.
- [28] Shi, Y.; Eberhart, R. C. (1998). A modified particle swarm optimizer. *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, San Diego, CA, pp. 69-73.
- [29] Shi, Y.; Eberhart, R. C. (1999). Empirical study of particle swarm optimization. *Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation*, Washington, DC, pp. 1945-1950.
- [30] Eberhart, R. C.; Shi, Y. (2001). Particle swarm optimization: developments, applications and resources, *Proceedings of Congress on Evolutionary Computation*, Seoul, Korea.
- [31] Hooke, R.; Jeeves, T. A. (1961). Direct search solution of numerical and statistical problems, *Journal of the Association for Computing Machinery*, vol. 8, pp. 212-229.
- [32] Fan, H.-Y.; Shi, Y. (2001). Study of V_{max} of the particle swarm optimization algorithm, *Proceedings of the Workshop on Particle Swarm Optimization*, Indianapolis, IN.

evolução memética	melhor valor de $f(x)$ para as populações de soluções			convergência obtida nos experimentos		avaliações da função objetivo necessárias para obtenção da solução ótima				Hooke-Jeeves	
	pior	desvio padrão	média	sim / não	exp.	melhor	média	desvio padrão	pior	λ	β
<i>AEM</i> (1)	-264,3508	0,0239	-264,3902	sim	100	70	334	137	700	10	5
<i>AEM</i> (2)	-264,3513	0,0259	-263,3982	sim	100	120	452	171	1080	10	10
<i>AEM</i> (3)	-264,3504	0,0242	-264,3924	sim	100	170	558	205	1020	10	15
<i>AEM</i> (4)	-264,3500	0,0259	-264,3944	sim	100	220	664	221	1320	10	20
<i>AEM</i> (5)	-264,3561	0,0252	-264,4134	sim	100	190	350	118	760	15	5
<i>AEM</i> (6)	-264,3613	0,0240	-264,4162	sim	100	170	454	174	1020	15	10
<i>AEM</i> (7)	-264,3507	0,0243	-264,4180	sim	100	245	588	209	980	15	15
<i>AEM</i> (8)	-264,3557	0,0260	-264,4164	sim	100	320	755	243	1600	15	20
<i>AEM</i> (9)	-264,3530	0,0246	-264,4283	sim	100	120	455	184	840	20	5
<i>AEM</i> (10)	-264,3502	0,0249	-264,4262	sim	100	220	598	242	1320	20	10
<i>AEM</i> (11)	-264,3530	0,0271	-264,4259	Sim	100	320	733	250	1280	20	15
<i>AEM</i> (12)	-264,3604	0,0217	-264,4314	Sim	100	420	937	304	1680	20	20

Tabela 1: Resultados da simulação para o problema de Weber (estudo de caso I).

evolução memética	melhor valor de $f(x)$ para as populações de soluções			convergência obtida nos experimentos		avaliações da função objetivo necessárias para obtenção da solução ótima				Hooke-Jeeves	
	pior	desvio padrão	média	sim / não	exp.	melhor	média	desvio padrão	pior	λ	β
<i>AEM</i> (1)	9,5998	0,0094	9,5862	sim	100	70	335	130	700	10	5
<i>AEM</i> (2)	9,5996	0,0098	9,5856	sim	100	120	444	165	840	10	10
<i>AEM</i> (3)	9,5627	0,0097	9,5825	sim	100	170	590	214	1190	10	15
<i>AEM</i> (4)	9,5999	0,0094	9,5850	sim	100	220	678	235	1100	10	20
<i>AEM</i> (5)	9,5995	0,0101	9,5784	sim	100	95	263	105	570	15	5
<i>AEM</i> (6)	9,5981	0,0090	9,5754	sim	100	170	360	146	680	15	10
<i>AEM</i> (7)	9,5999	0,0094	9,5753	sim	100	245	451	183	980	15	15
<i>AEM</i> (8)	9,5998	0,0089	9,5764	sim	100	320	528	205	1280	15	20
<i>AEM</i> (9)	9,5853	0,0032	9,5644	sim	100	120	323	167	960	20	5
<i>AEM</i> (10)	9,5732	0,0026	9,5642	sim	100	220	418	173	880	20	10
<i>AEM</i> (11)	9,5841	0,0034	9,5643	sim	100	320	550	223	1280	20	15
<i>AEM</i> (12)	9,5816	0,0034	9,5643	sim	100	420	680	245	1260	20	20

Tabela 2: Resultados da simulação para o problema de Weber (estudo de caso II).